

Spektra von periodischen
Signalen.

Resonanz.

Jonathan Harrington

Spektrum von einem Zeitsignal

Zeitsignal



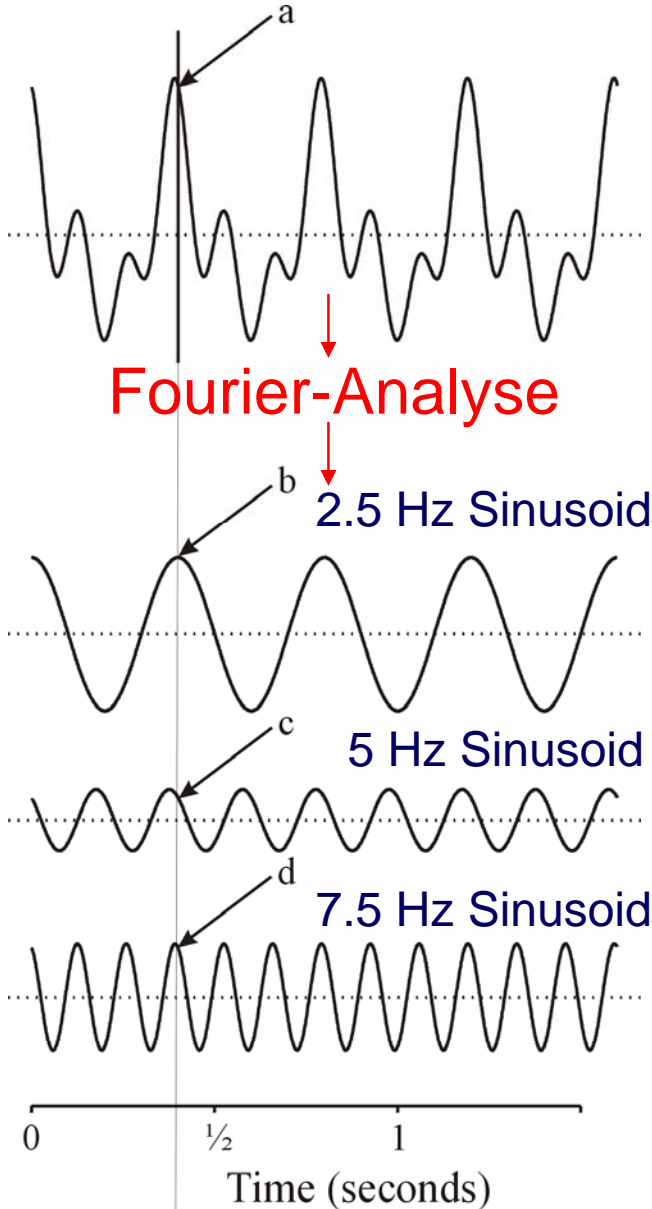
1. Das Zeitsignal wird durch eine Fourier-Analyse in Sinusoiden **zerlegt**



2. Spektrum: die Abbildung der Amplituden und Frequenzen dieser Sinusoiden

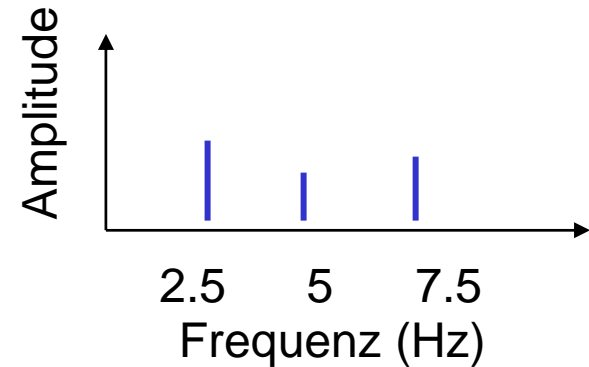
2. Ein Spektrum

Zeitsignal



ist eine Abbildung der Amplituden der aus der Fourier-Analyse entstehenden Sinusoiden als Funktion der Frequenz.

Spektrum



Spektrum von einem periodischen Signal

Prinzip 1. Die niedrigste Frequenz im Spektrum gleicht der Grundfrequenz (f_0) vom periodischen Signal.

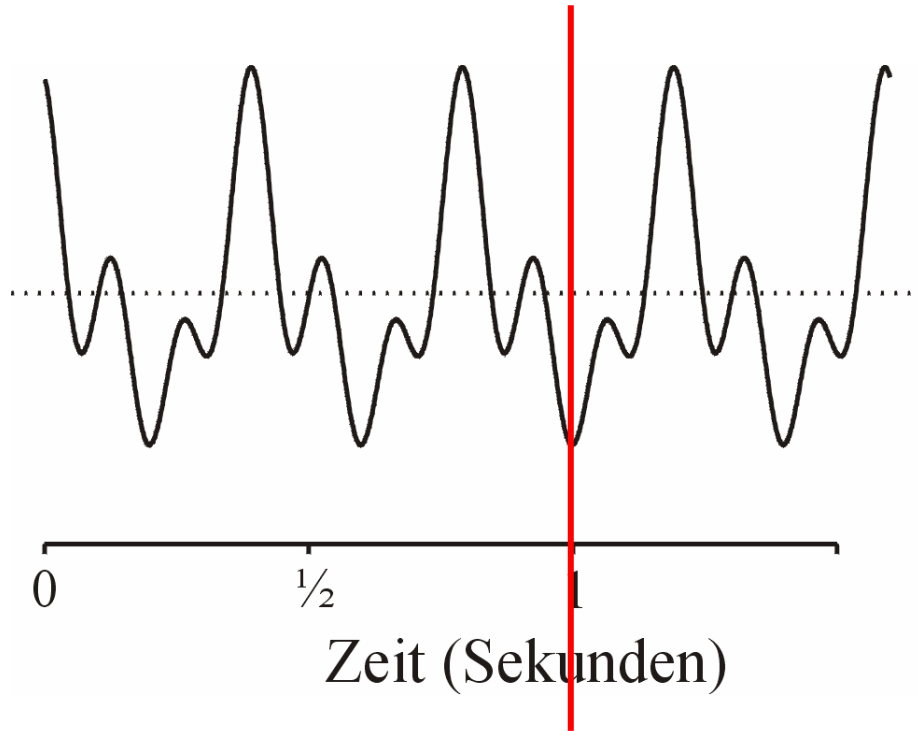
Prinzip 2. Die Frequenzen haben zueinander eine **harmonische Beziehung**, das heißt: die Frequenzen sind ein Vielfaches der niedrigsten Frequenz.

Harmonische Sinusoiden:

Frequenzen: 5 Hz, 10 Hz, 15 Hz...

2 Hz, 4 Hz, 6 Hz...

Spektrum vom periodischen Signal



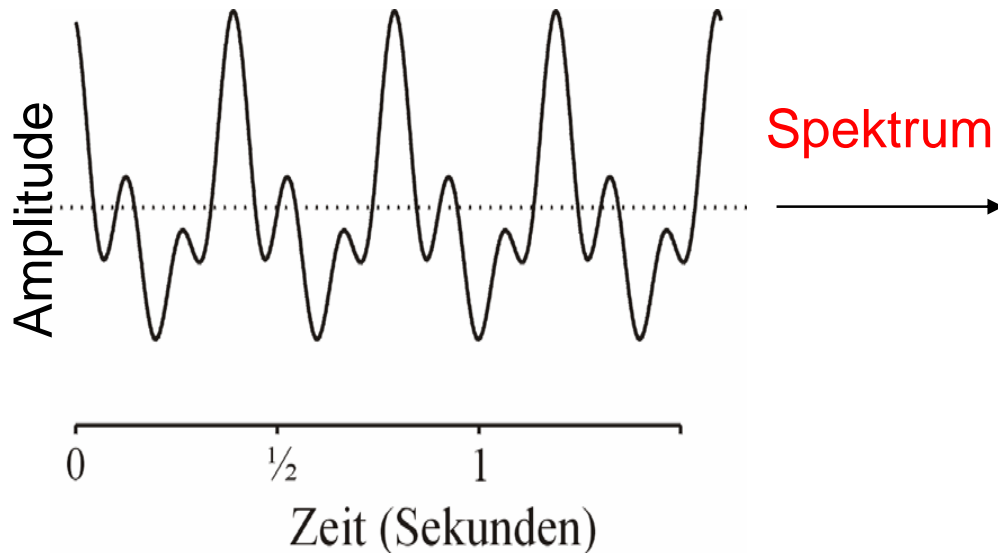
Prinzip 1: Der Sinusoid mit der niedrigsten Frequenz im Spektrum (f_0) hat daher eine Frequenz von 2.5 Hz.

Prinzip 2: Die Frequenzen aller anderen Sinusoiden sind ein Vielfaches von 2.5 Hz.

f_0 (die Grundfrequenz)

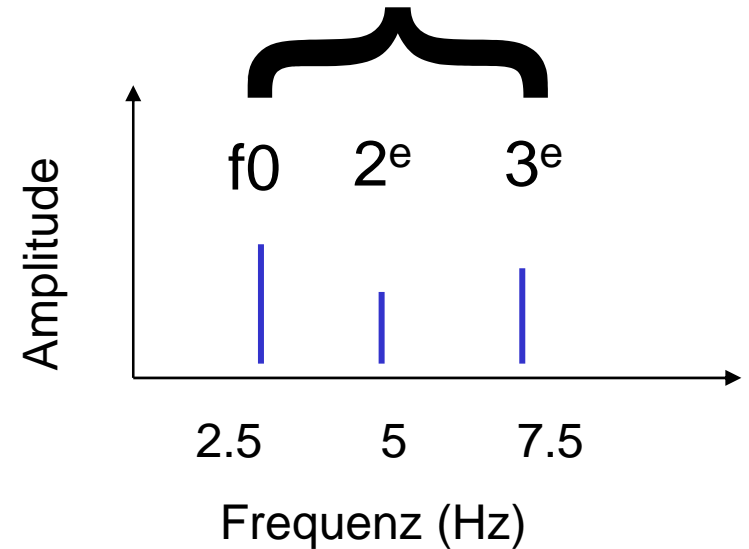
= die Anzahl der
Schwingungen pro Sekunde
= 2.5 Hz

Spektrum von einem periodischen Signal (fortgesetzt)



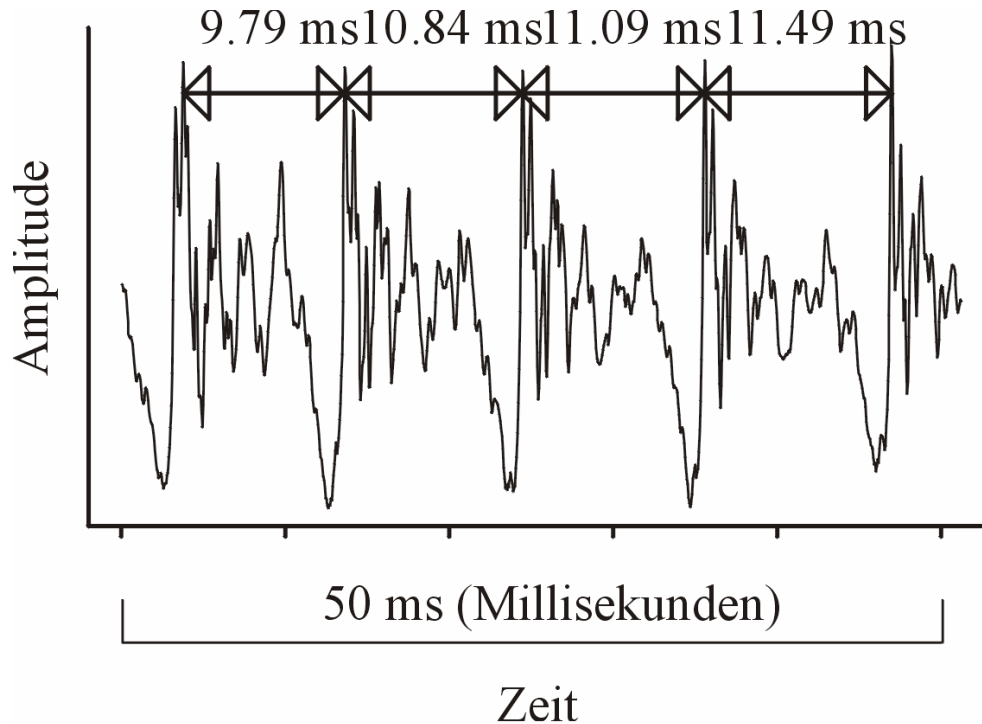
$$f_0 = 2.5 \text{ Hz}$$

Harmonische Beziehung



(2^e , 3^e sind die zweiten und dritten Harmonischen)

Ein periodisches Sprachsignal



Durchschnittliche Periodendauer = ca. 11 ms. = 0.011 Sekunden

Die durchschnittliche Grundfrequenz ist daher $1/0.011$ Hz

= ca. 90 Hz

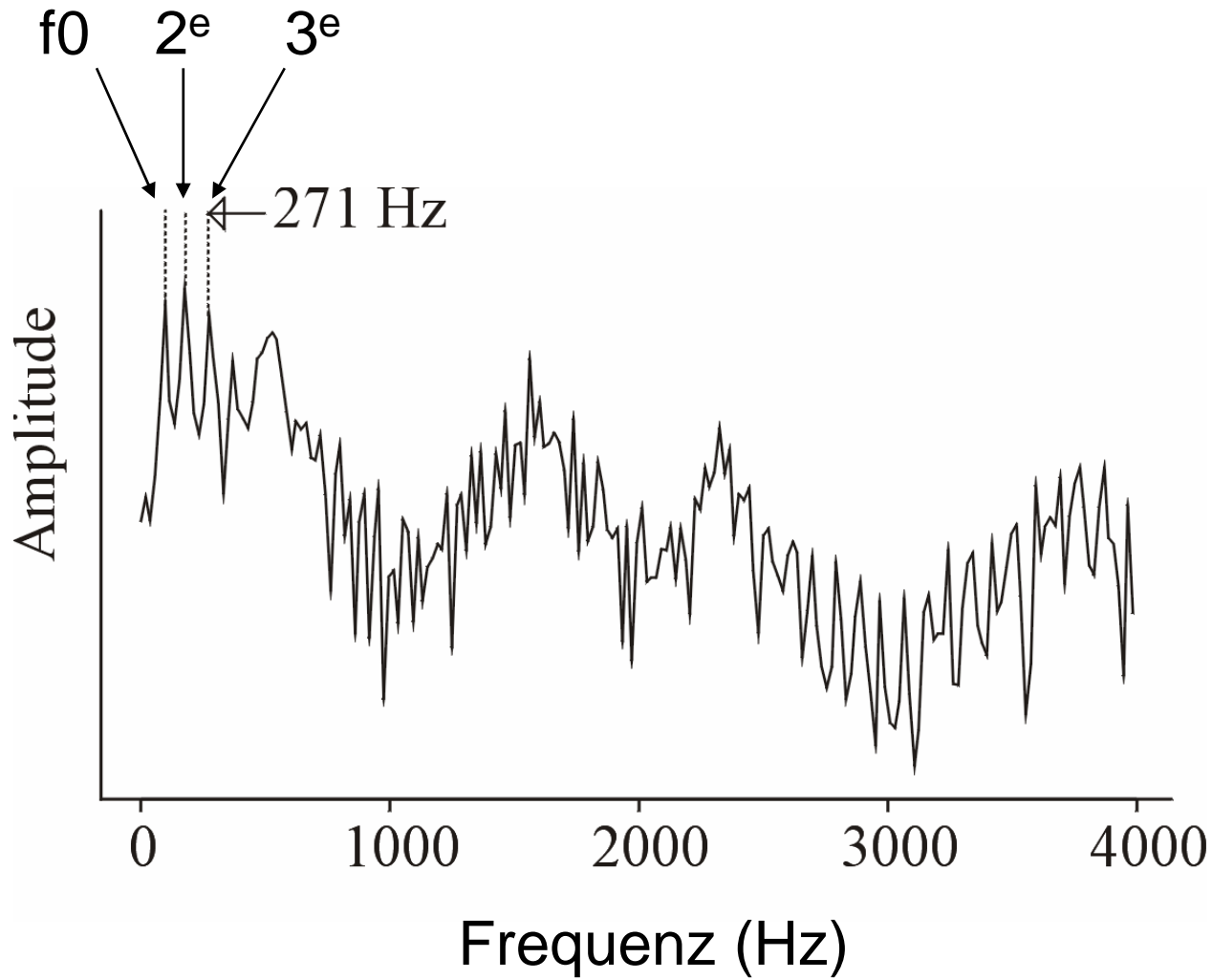
(bedeutet: die Stimmlippen öffnen und schließen ca. 90 Mal pro Sekunde)

Spektrum davon:

Prinzip 1: Die niedrigste Frequenz ≈ 90 Hz

Prinzip 2: Es gibt harmonische Sinusoiden mit Frequenzen von ca. 90, 180, 270 ... Hz.

Spektrum davon:



Resonanz

Resonanz: Ein Körper (zB eine Stimmgabel) vibriert und erzeugt Bewegungen/Vibrationen in einem anderen Körper.

Wegen Resonanz sind die Stimmgabel + Tisch lauter als die Stimmgabel alleine.

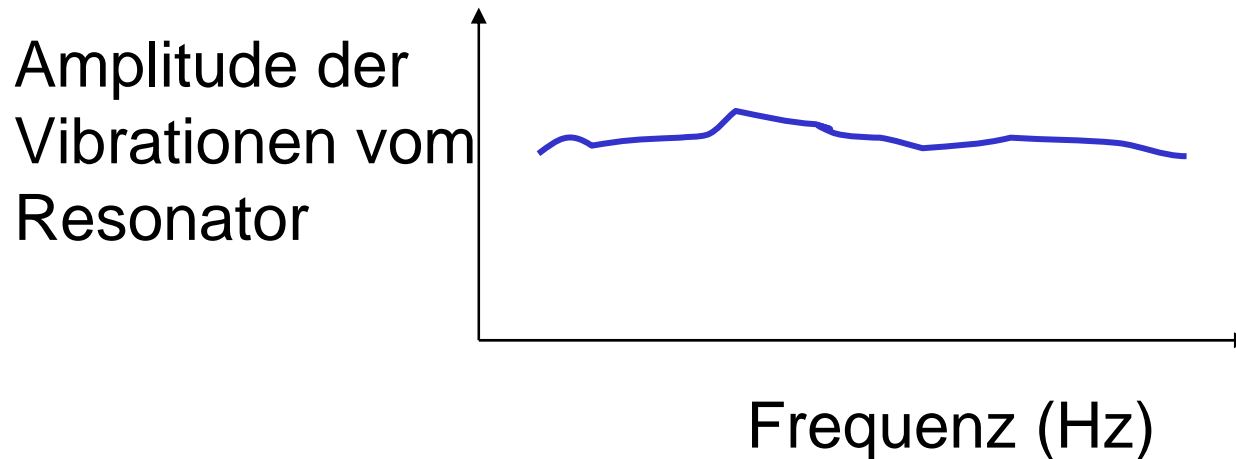
Die Stimmgabel = die **Quelle** der Vibrationen

Der Tisch = ein **Resonator**, der die Quelle verstärkt.

Resonanz-Kurve

Eine **Resonanz-Kurve** zeigt als Funktion der Frequenz mit welcher Amplitude der Resonator ins Vibrieren gesetzt wird.

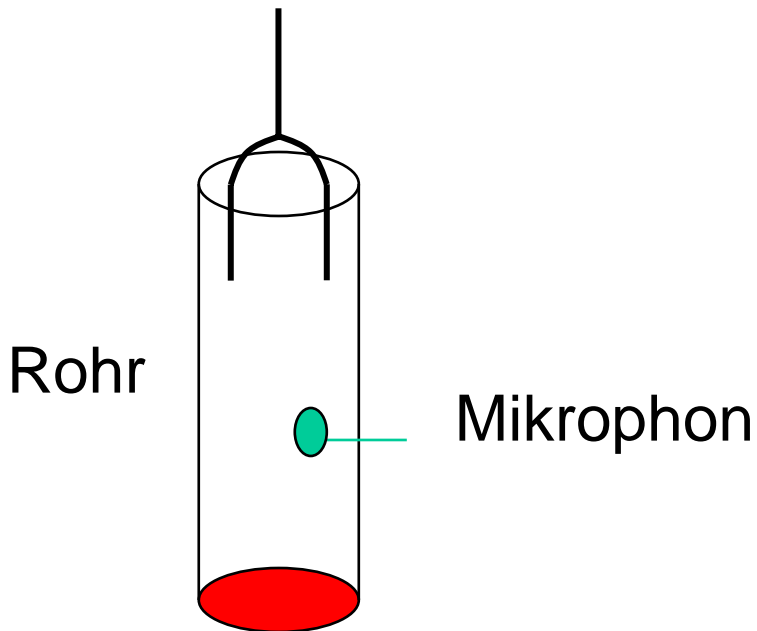
Resonanz-Kurve für einen Tisch



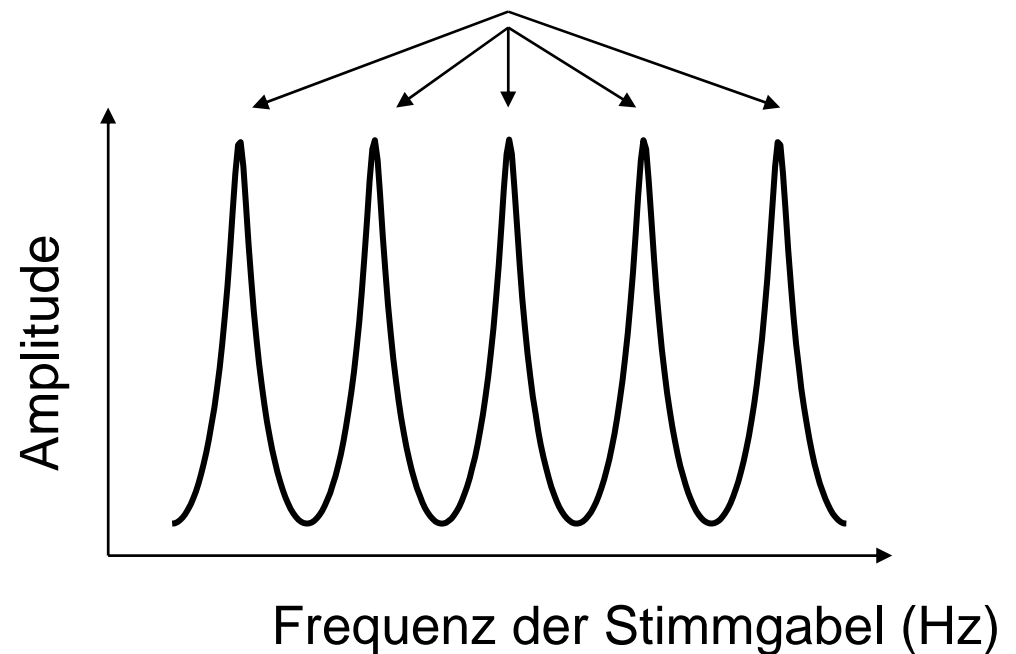
Der Tisch ist ein **gedämpfter** Resonator, weil er mit fast derselben Amplitude von jeder beliebigen Quellen-Frequenz zum Vibrieren gebracht wird.

Ein **leicht gedämpfter Resonator** (zB ein Rohr) vibriert mit maximaler Amplitude nur **zu gewissen Frequenzen**

Stimmgabeln
verschiedener
Frequenzen



Amplituden-Höhepunkte
oder **Resonanzen**



Resonanzen vom Vokaltrakt

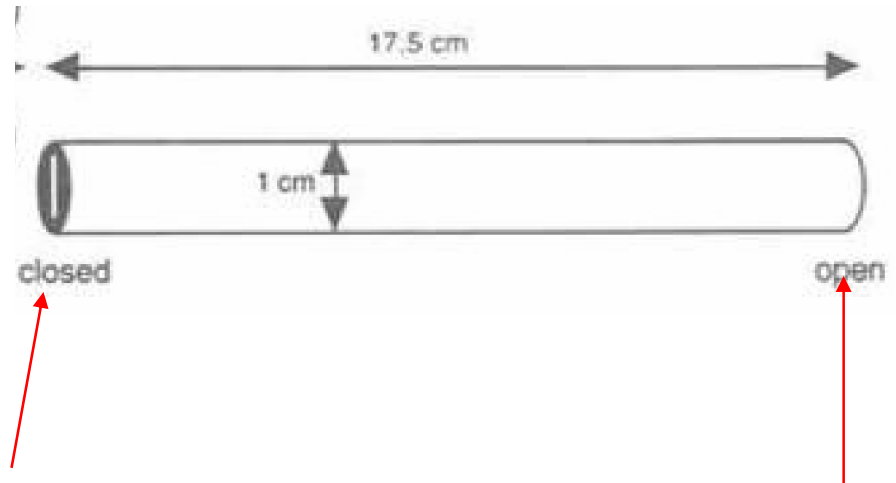
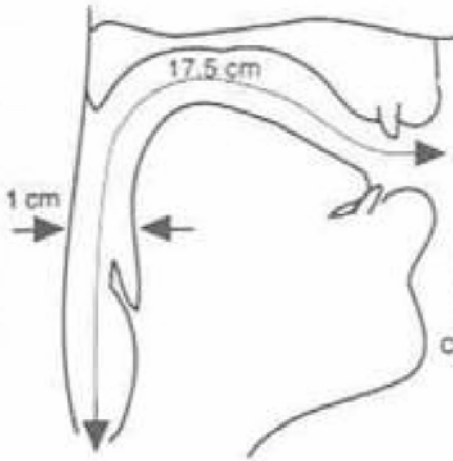
Der Vokaltrakt ist ein **leicht gedämpfter Resonator**, und daher gibt es (wie beim Rohr) Resonanzen.

Die Resonanzen:

- Hängen von der Gestaltung des Vokaltrakts ab
- Sind oft die Hauptmerkmale, die Laute voneinander akustisch unterscheiden.
- Entstehen auf eine ähnliche Weise, wie die Resonanzen in Rohren/Zylindern

Die Resonanzen von einem neutralen Vokal [ə]

Können durch ein Rohr von einheitlicher Querschnittsfläche berechnet werden



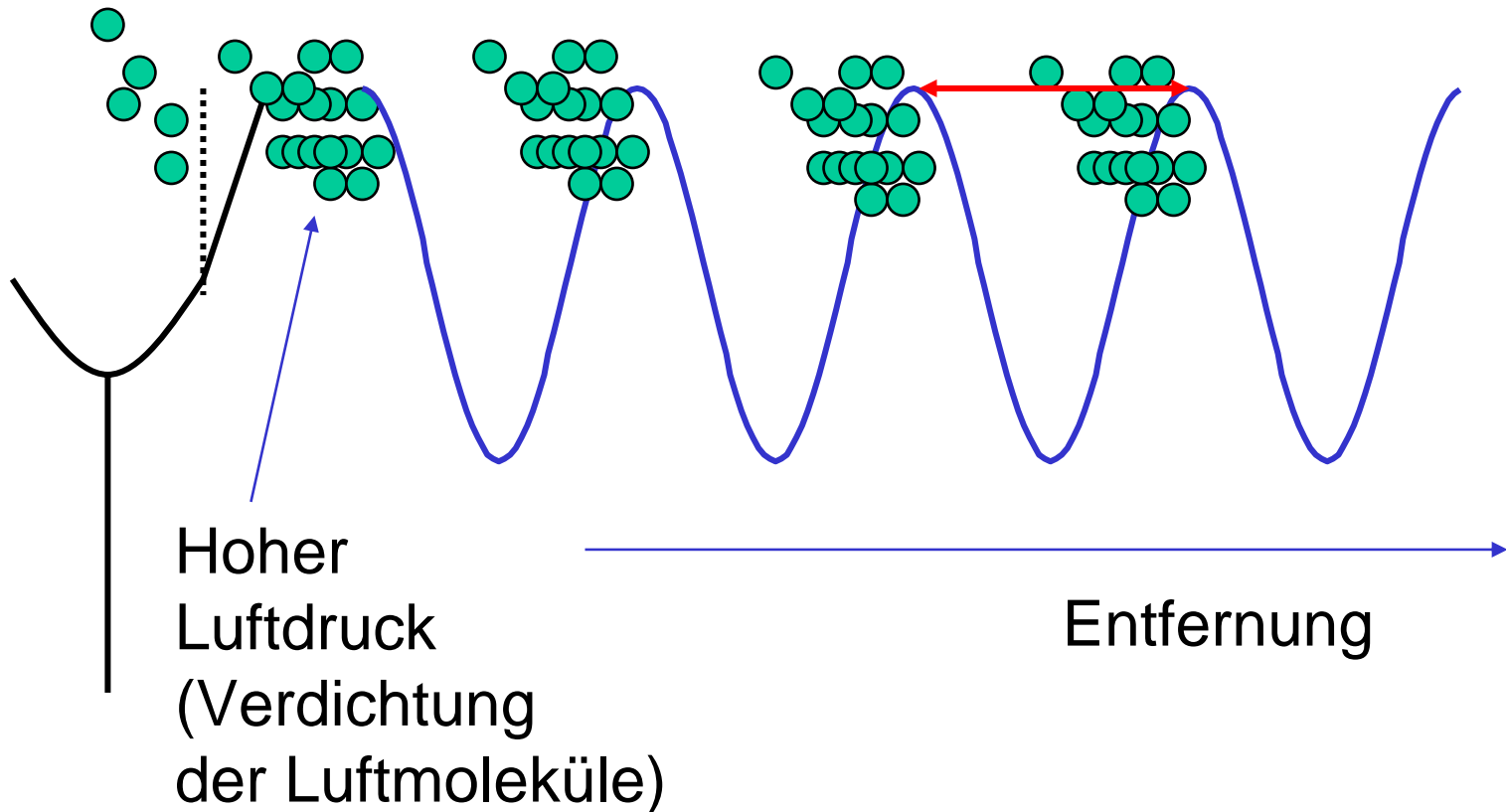
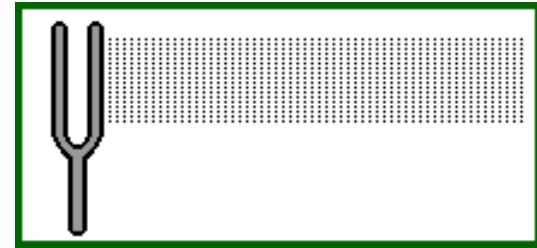
Das Rohr ist hier geschlossen = die Schließungsphase der vibrierenden Stimmlippen

Und hier offen wegen der offenen Lippen

Resonanzen sind von der **Wellenlänge** abhängig

Die Wellenlänge

Wellenlänge = die **Entfernung** zwischen den Fortpflanzungen der vibrierenden Luftmoleküle



Hoher
Luftdruck
(Verdichtung
der Luftmoleküle)

Entfernung

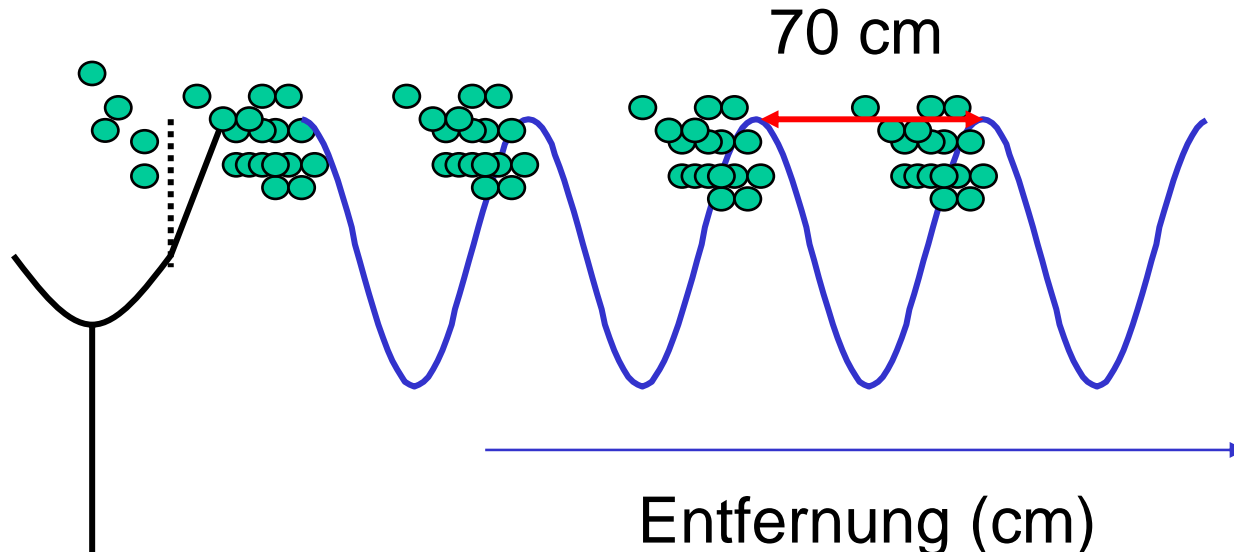
Wellenlänge und Frequenz

$$\text{Wellenlänge (cm)} = \text{Schallgeschwindigkeit (cm/s)} / \text{Frequenz (f Hz)}$$
$$\lambda = c / f$$

(c ist ca. 35000 cm/s)

zB wenn die Stimmgabel mit 500 Hz vibriert:

$$\lambda = 35000 / 500 \text{ cm} = 70 \text{ cm}$$



Wellenlänge und Frequenz (fortgesetzt)

Frequenz = Schallgeschwindigkeit / Wellenlänge

$$f = c / \lambda$$

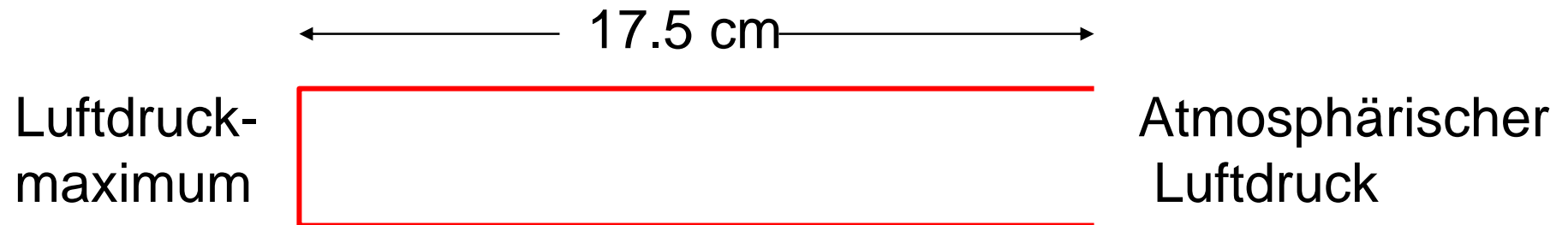
Daher für eine Wellenlänge von 70 cm

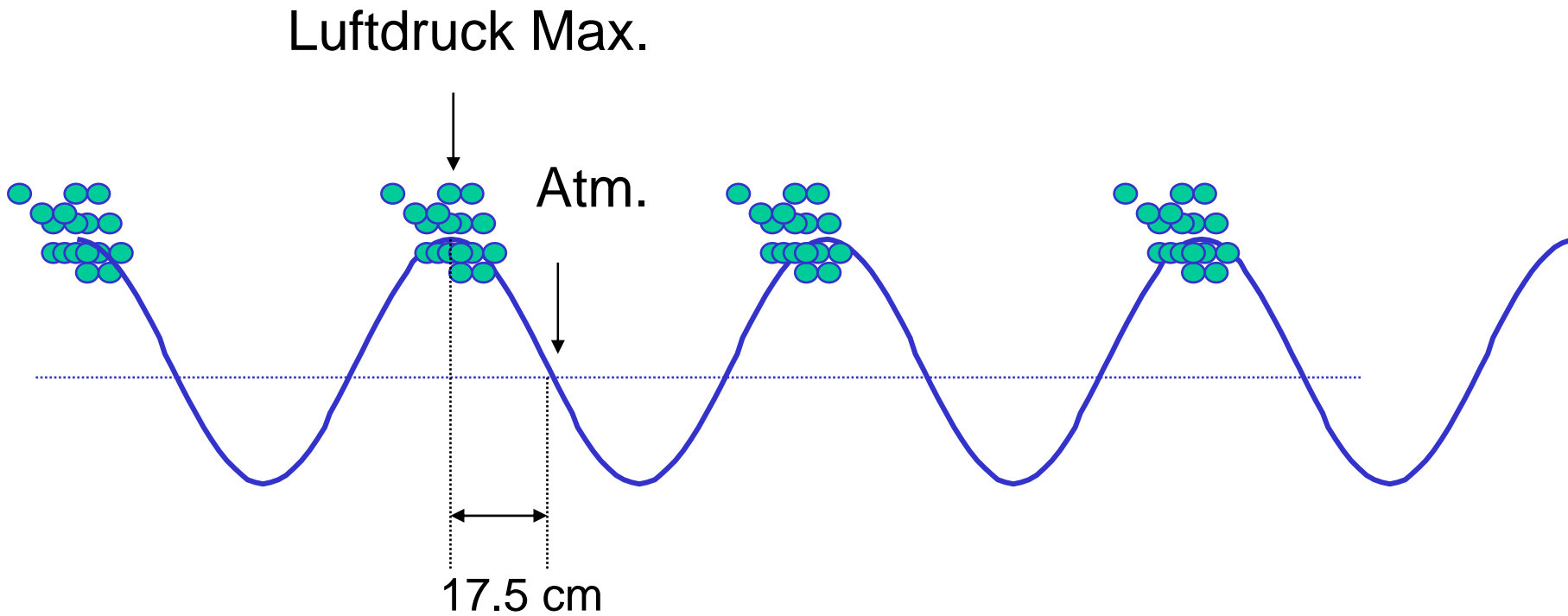
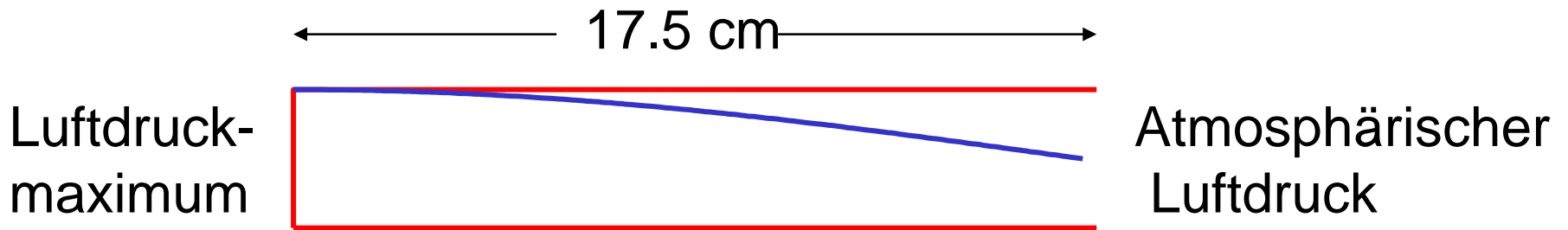
$$\text{Frequenz} = 35000/70 \text{ Hz} = 500 \text{ Hz}$$

Eine Resonanz in einem Rohr

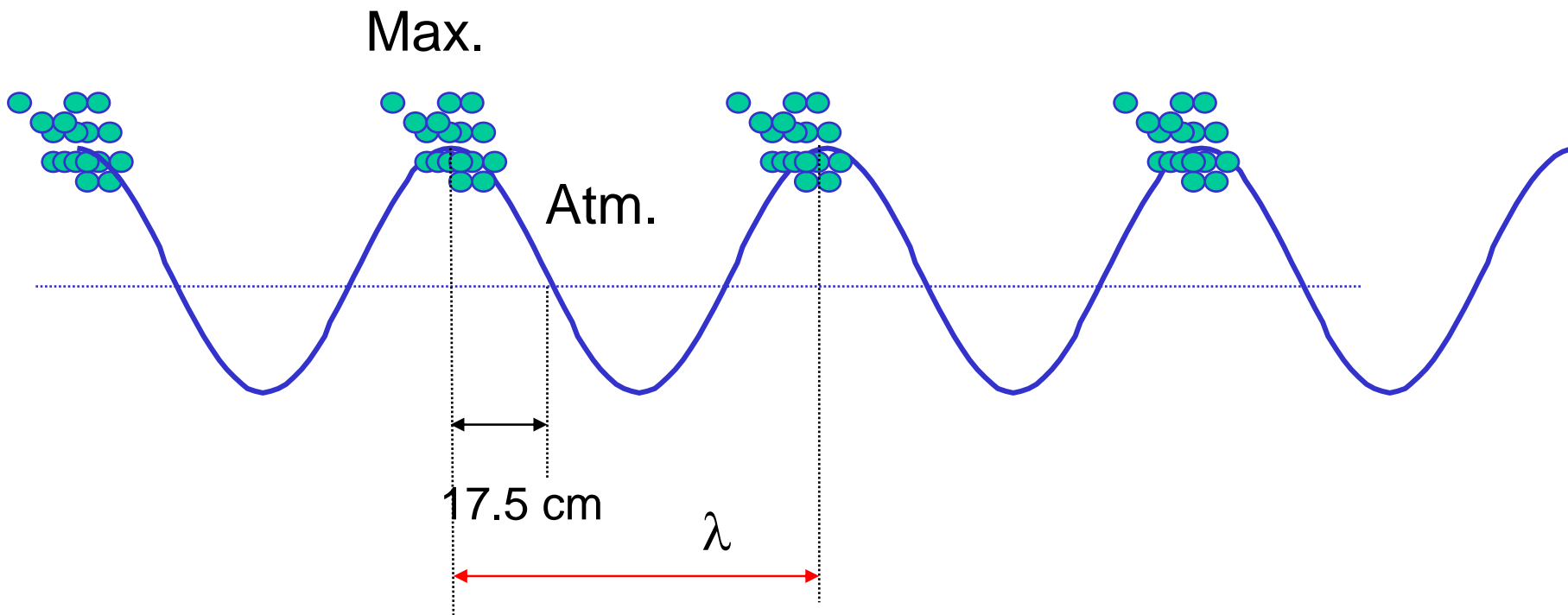
Kommt zustande unter diesen zwei Bedingungen

1. Ein Luftdruckmaximum am geschlossenen Ende
2. Atmosphärischer Luftdruck am offenen Ende





Was ist die Frequenz dieser Stimmgabel, sodass dieses Intervall in das Rohr passt?



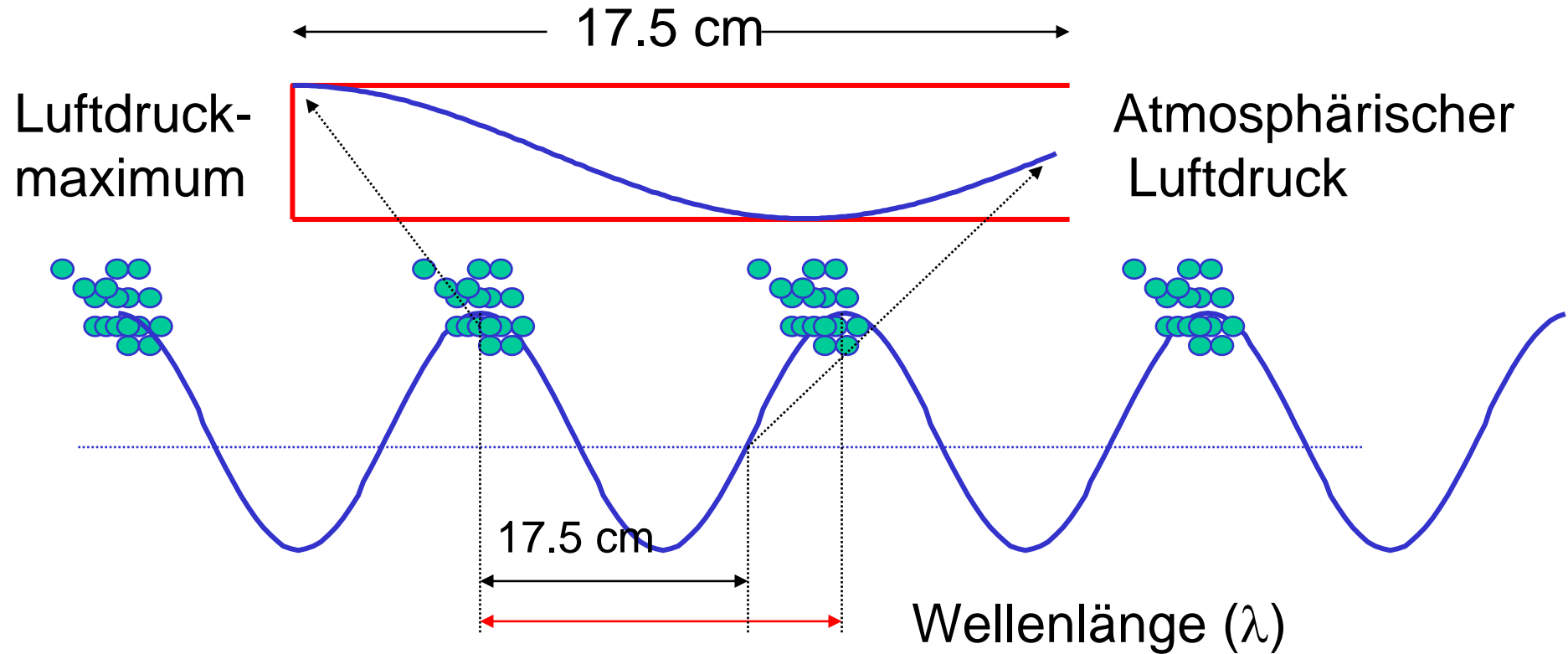
Dieses Intervall = $\frac{1}{4} \lambda$ ($\frac{1}{4}$ der Wellenlänge)

Daher $\lambda = 4 \times 17.5 \text{ cm} = 70 \text{ cm}$

Daher f (die Resonanz Frequenz) = $c/\lambda = 35000/70 = 500 \text{ Hz}$.

Also für eine Rohrlänge von 17.5 cm entsteht eine Resonanz bei einer Frequenz von 500 Hz

Bedingungen für Resonanz in einem Rohr



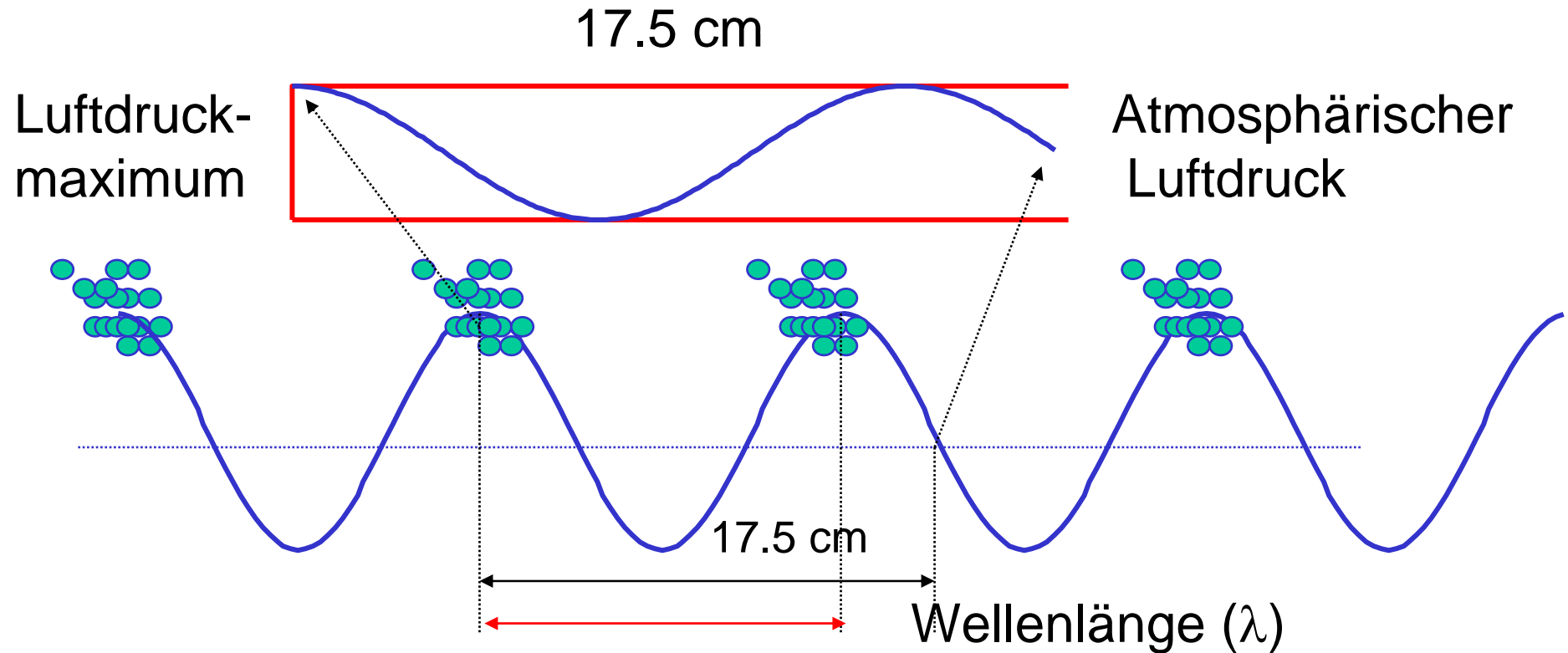
$$17.5 \text{ cm} = \frac{3}{4} \lambda$$

Wellenlänge

$$\lambda = (4 \times 17.5) / 3 \text{ cm} = 23.33 \text{ cm}$$

Zweite Resonanz $f = c/\lambda = 35000/23.333 = 1500 \text{ Hz}$

Die Bedingungen für Resonanz in einem Rohr



$$17.5 \text{ cm} = 1 \frac{1}{4} \lambda \text{ oder } \frac{5}{4} \lambda$$

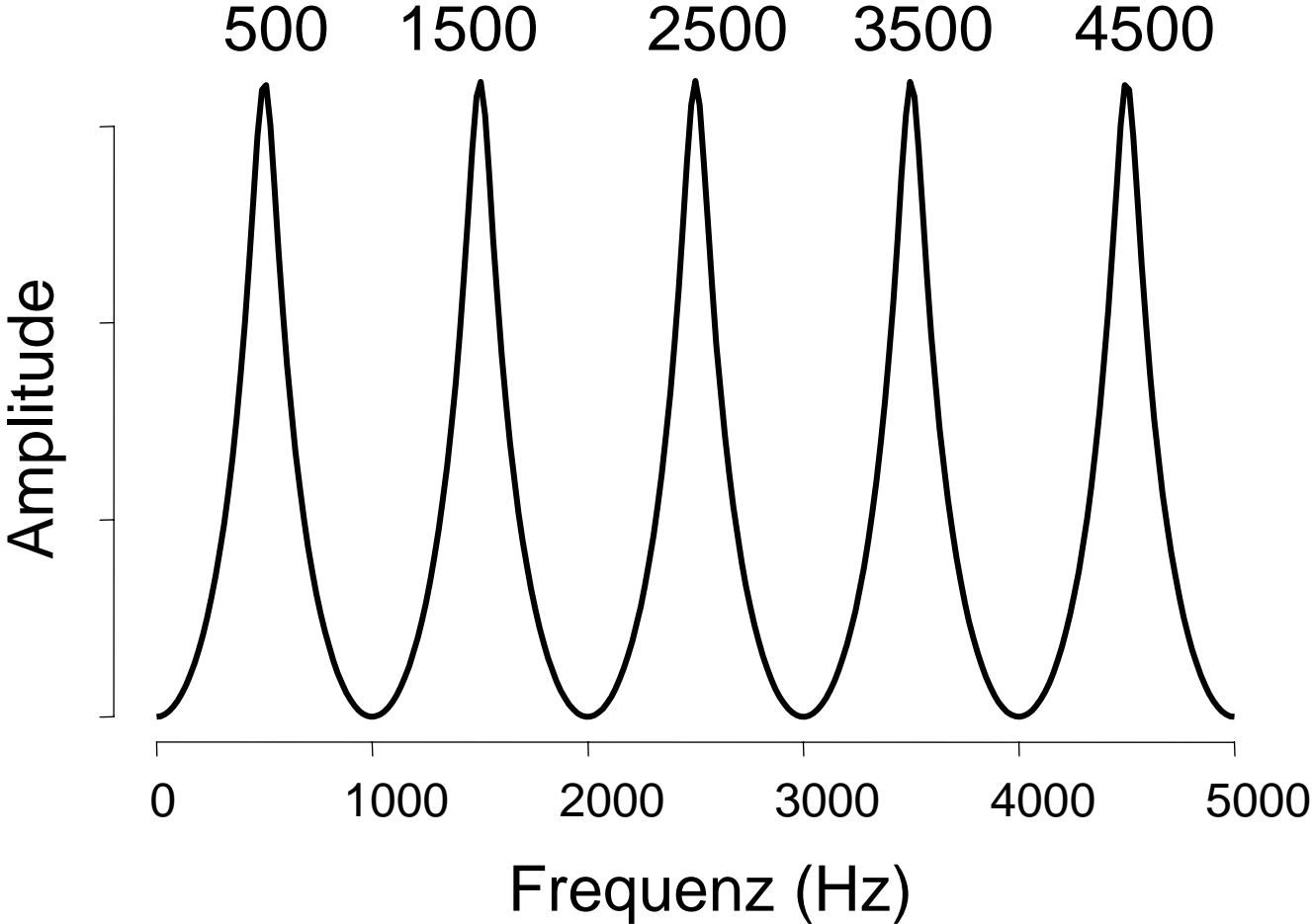
Wellenlänge

$$\lambda = (4 \times 17.5) / 5 \text{ cm} = 14 \text{ cm}$$

Dritte Resonanz

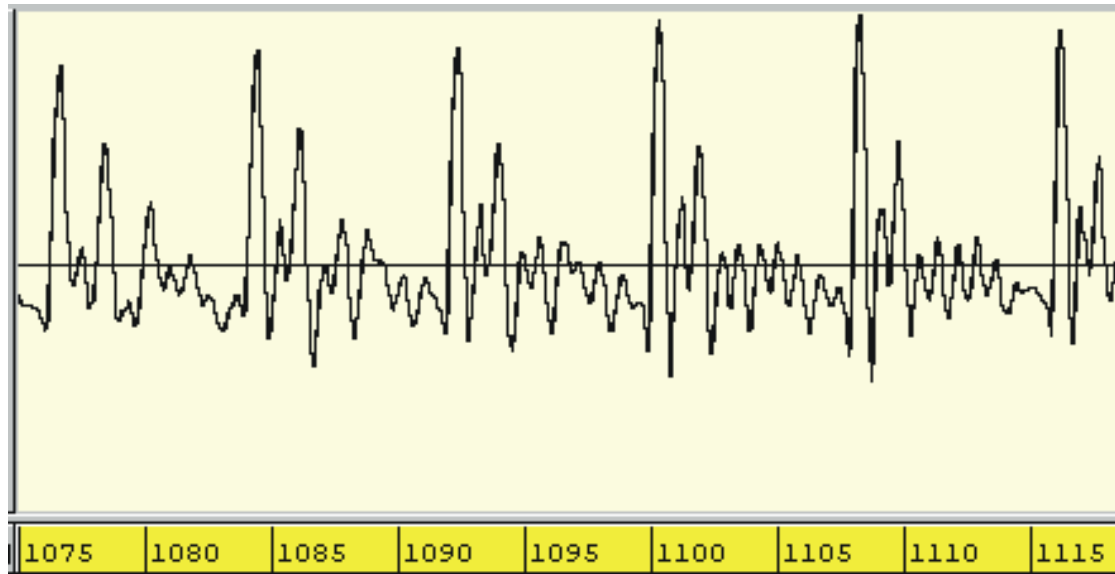
$$f = c / \lambda = 35000 / 14 = 2500 \text{ Hz}$$

Die Resonanzkurve für ein Rohr von Länge 17.5 cm
(also von einem λ)

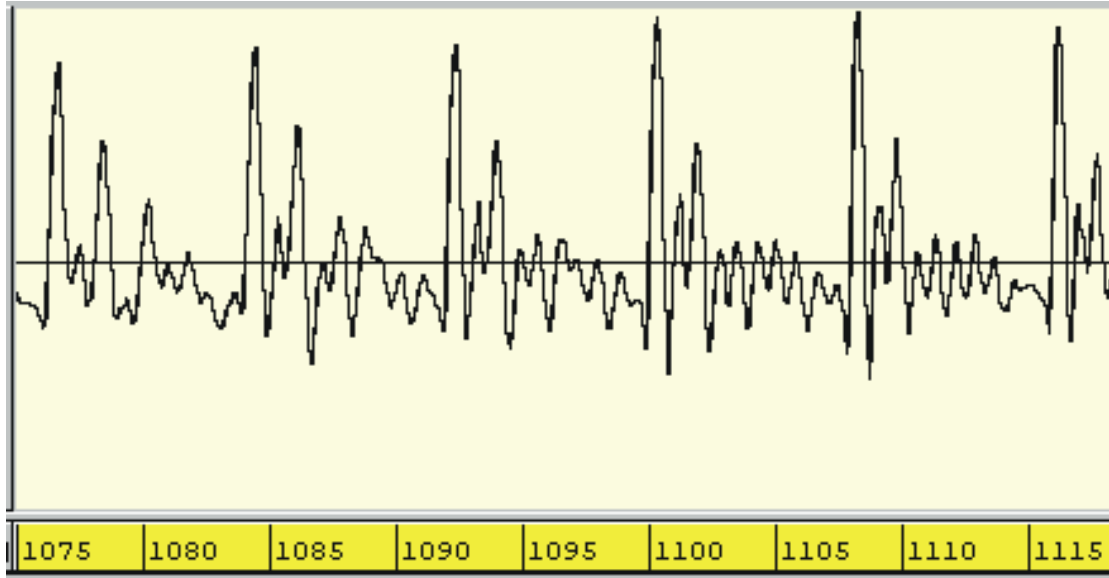


Frage 18, Seite 25

18. Berechnen Sie die durchschnittliche Grundfrequenz von diesem Zeitsignal.

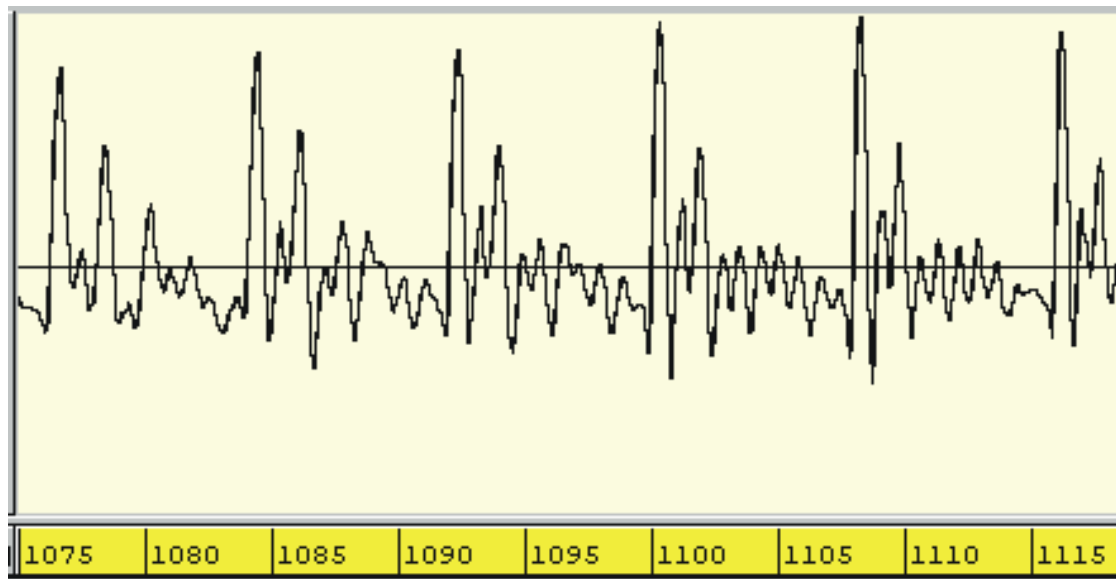


18. Berechnen Sie die durchschnittliche Grundfrequenz von diesem Zeitsignal.



Die durchschnittliche Grundfrequenz (f_0) bedeutet: Wieviele Schwingungen/Perioden/Wiederholungen kommen im Durchschnitt pro Sekunde vor?

Wir müssen zuerst die durchschnittliche Periodendauer berechnen

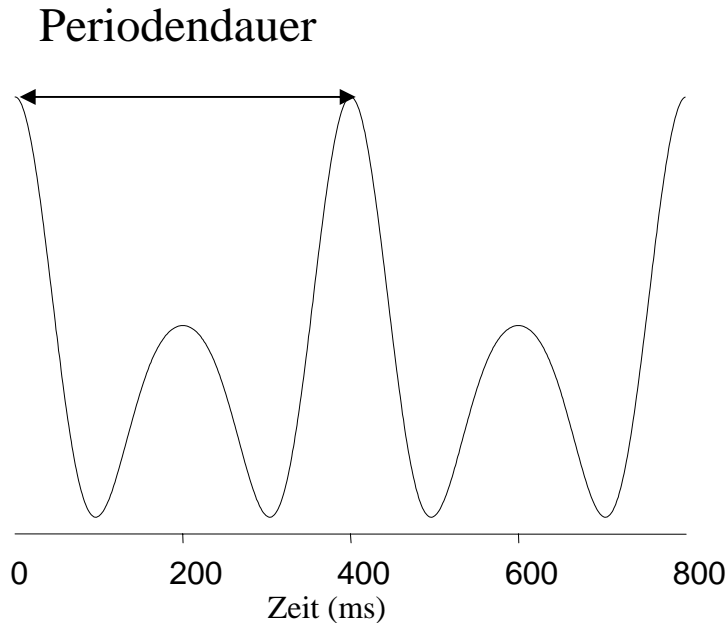


Hier haben wir 5 Perioden zwischen
1077 und 1117 Millisekunden

Die durchschnittliche Periodendauer $p = (1117-1077)/5$ ms
 $= 40/5 = 8$ ms

$$f_0 = 1000/p \text{ Hz (p ist die Periodendauer in ms)}$$
$$= 1000/8 = 125 \text{ Hz}$$

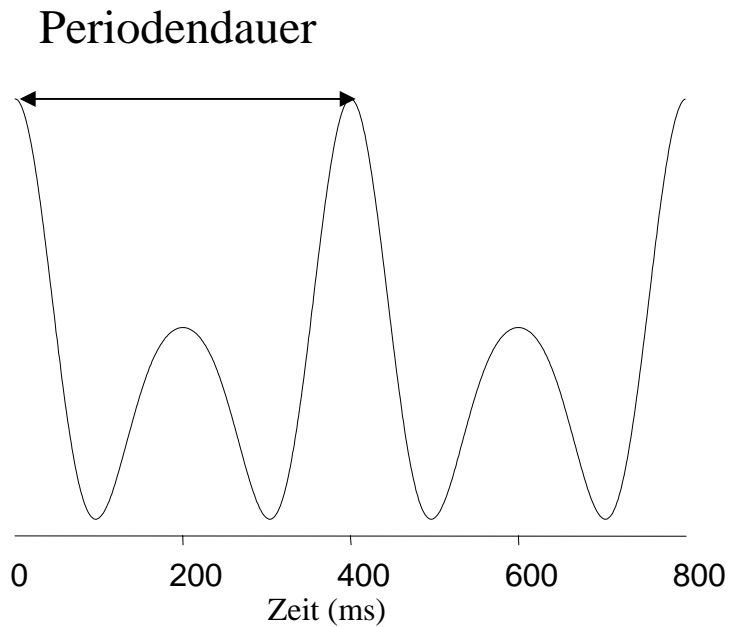
19. Das periodische Signal in (b) ist aus einer Grundfrequenz und zwei Sinusoiden mit Amplituden 1, 2, 0.5 zusammengesetzt worden. Machen Sie eine Abbildung des Spektrums von diesem Signal..



Wenn wir daher für dieses Signal F_0 berechnen, haben wir das Problem gelöst...

Prinzip 1. Die niedrigste Frequenz im Spektrum gleicht der Grundfrequenz (f_0) vom periodischen Signal.

Prinzip 2. Die Frequenzen haben zueinander eine **harmonische Beziehung**, das heißt: die Frequenzen sind ein Vielfaches der niedrigsten Frequenz.



$$f_0 = 1000/p \text{ Hz}$$

$$= 1000/400 = 2.5 \text{ Hz}$$

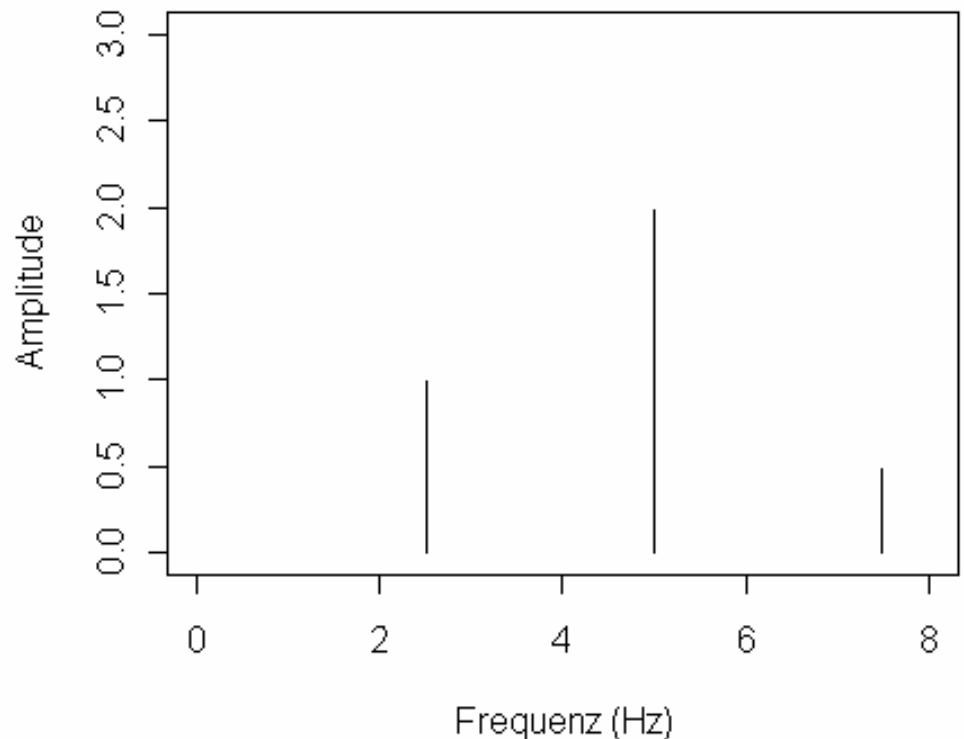
Die Periodendauer = die Dauer einer
Periode = 400 ms

Prinzip 2.

Wenn $f_0 = 2.5$ Hz, dann sind die Frequenzen der Harmonischen 5, 7.5, 10, 12.5 Hz

Daher das Spektrum:

In diesem Fall wird uns gesagt, dass das periodische Signal aus einer Grundfrequenz + 2 Sinusoiden mit Amplituden 1, 2, 0.5 bestehen



Zum nächsten Mal:

Bitte Fragen 1-6 Seiten 20-22 beantworten